Carpeta de Matemática 8

Nueva edición ampliada y actualizada

CUADERNILLO 4

Nueva carpeta de Matemática II

Ruth Schaposchnik (coord.)
Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

4. Las figuras planas: sus características y sus medidas 3
Revisión inicial 4
Triángulos 5
Construcción de triángulos 6
Criterios de congruencia de triángulos 7
Alturas de un triángulo 9
Medianas de un triángulo 10
Mediatrices de un triángulo 11
Bisectrices de un triángulo 12
Teorema de Pitágoras 13
Cuadriláteros 15
Ángulos interiores de un cuadrilátero 19
Polígonos 20
Medidas en los polígonos regulares 21
Construcción de polígonos regulares 22
Medidas en las figuras circulares 23
En el mundo real 25
Mosaicos 25
Arte y geometría 26
Más actividades 27
Autoevaluación 30

EJEMPLAR DE PROMOCIÓN

PROHIBIDA SU VENTA Y SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

AIQUE

Este CUADERNILLO 4 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática II.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Teresita Valdettaro

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu

COPIEDICIÓN
Maricel Besse

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Inés Gugliotella

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Daniel Balado
Gabriel Lauría
Silvana López
Estudio DOBLEVUELO

ILUSTRACIONES
Alejandra Lunik
Diego Molina
Diego Stigliano

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupi en el control de las respuestas.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Valentín Gómez 3530 (C1191AAP)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
I.S.B.N. 978-987-06-0059-6
Primera edición

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Nueva carpeta de matemática II / Luis Garaventa...[et.al.]. ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2007.
256 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0059-6

1. Matemática-Enseñanza Media. I. Schaposchnik, Ruth, coord.
CDD 510.712

Esta edición se terminó de imprimir en enero de 2007 en Morello S. A., Víctor Martínez 1881, Ciudad de Buenos Aires.

4 LAS FIGURAS PLANAS: SUS CARACTERÍSTICAS Y SUS MEDIDAS

La descripción precisa y el estudio de las figuras geométricas permiten la aplicación provechosa de sus propiedades en gran variedad de objetos y diseños, desde los más cotidianos hasta los más sofisticados.

Mariano y Camila están construyendo sendos barriletes con forma de cuadriláteros. Para el armazón, cada uno empieza por cortar dos varillas de caña y fijarlas con piolín, cruzadas, como muestra la imagen.

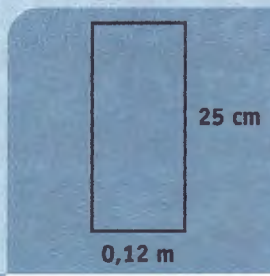
¿Qué forma tendrán los barriletes?

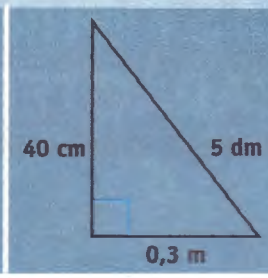
- Si las varillas son o no iguales.
- Si las varillas se cruzan o no perpendicularmente.
- Si las varillas se cortan en su punto medio o en otro punto.

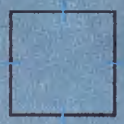
© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 Completen la tabla con los datos que faltan, teniendo en cuenta la figura de análisis en cada caso.







Perímetro en hm			
Superficie en m^2			

2 Calculen para cada caso los ángulos $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ y $\hat{\alpha}$ del triángulo, teniendo en cuenta la figura de análisis.

a) $\hat{A} = \hat{B}$; $\hat{C} = 75°$

.....

b) $\hat{A} = 144°$; $\hat{A} = 2\hat{B}$

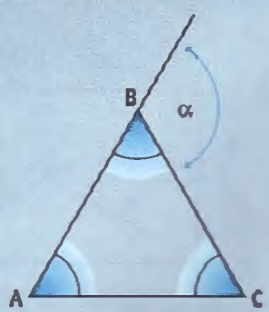
.....

c) $\hat{C} = 98°$; $\hat{B} = 32°$

.....

d) $\hat{A} = 30°$; $\hat{B} = 2\hat{A}$

.....



3 En la figura observamos el plano de la localidad Acá Cerca. El municipio decidió renovar los postes de luz y ubicará los nuevos cada 16 m.

a) ¿Cuántos postes de luz necesitará colocar por cada manzana, de acuerdo con el croquis?

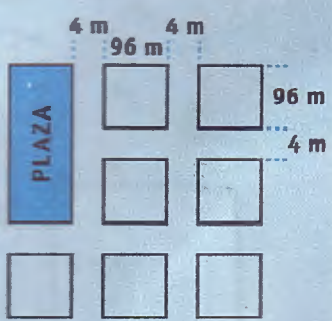
.....

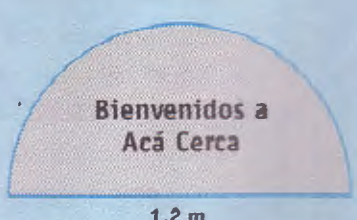
b) En el perímetro de la plaza van a instalar farolas, de modo tal que haya una en cada esquina y las demás estén a la misma distancia entre sí. ¿Cuál es la máxima separación que puede haber entre farolas?

.....

c) En una plazoleta van a poner una placa semicircular de mármol con el nombre de la localidad, como la de la figura. Si el metro cuadrado de mármol cuesta $70, ¿cuánto le sale la placa al municipio?

.....





© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Triángulos

4 En cada casilla de la tabla dibujen un triángulo de las características indicadas, cuando sea posible, y cuando no lo sea, expliquen por qué.

	Equilátero	Isósceles	Hexágono
Acutángulo			
Rectángulo			
Obtusángulo			

5 Consideren los siguientes segmentos, AB y CD.

A —— B

C —— D

a) Dibujen un triángulo que tenga dos lados respectivamente iguales al $\overline{AB}$ y al $\overline{CD}$.

b) ¿Es posible dibujar dos triángulos distintos con esa característica?

c) ¿Cuántos triángulos distintos se pueden dibujar?

6 Consideren los siguientes ángulos, $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.

a) Dibujen un triángulo que tenga dos ángulos respectivamente iguales al $\hat{\alpha}$ y al $\hat{\beta}$.

b) ¿Es posible dibujar dos triángulos distintos con esa característica?

c) ¿Cuántos triángulos distintos se pueden dibujar?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Construcción de triángulos

7 Consideren los segmentos AB, CD, EF y GH cuyas medidas se indican a continuación.

$\overline{AB}$ = 4,5 cm $\overline{CD}$ = 7,5 cm $\overline{EF}$ = 2,5 cm $\overline{GH}$ = 5,5 cm

a) ¿Es posible construir un triángulo que tenga sus tres lados respectivamente iguales a $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ y $\overline{EF}$? Justifiquen.

b) ¿Es posible construir un triángulo que tenga sus tres lados respectivamente iguales a $\overline{EF}$, $\overline{CD}$ y $\overline{GH}$? Justifiquen.

c) ¿Es posible construir dos triángulos que tengan sus tres lados respectivamente iguales a $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ y $\overline{GH}$? ¿Cuántos se pueden construir?

8 Consideren los ángulos α, β, γ y δ, tales que $\hat{\alpha} = 40^o$, $\hat{\beta} = 30^o$, $\hat{\gamma} = 120^o$ y $\hat{\delta} = 110^o$.

a) ¿Es posible construir un triángulo que tenga sus tres ángulos respectivamente iguales al $\hat{\alpha}$, al $\hat{\beta}$ y al $\hat{\gamma}$? Justifiquen.

b) ¿Es posible construir dos triángulos que tenga sus tres ángulos respectivamente iguales al $\hat{\alpha}$, al $\hat{\beta}$ y al $\hat{\delta}$? ¿Cuántos triángulos distintos hay? Justifiquen.

9 ¿Es posible construir un triángulo ABC cuyos lados tengan las siguientes medidas: $\overline{AB} = \overline{BC} = 6$ cm; $\overline{CA} = 13$ cm? ¿Por qué?

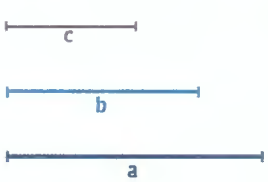
.....

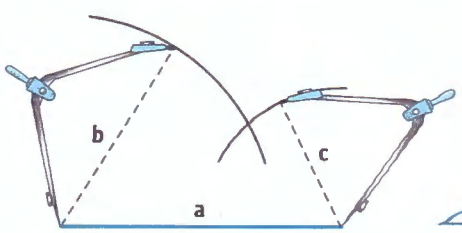
.....

Para observar

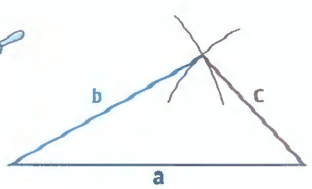
Para construir un triángulo teniendo los tres lados como dato, podemos hacer así:

Datos





Primero, trazamos el segmento *a*. Luego, con el compás, marcamos en sus extremos arcos con las medidas de los otros dos lados.



El tercer vértice es el punto donde se cortan los arcos.

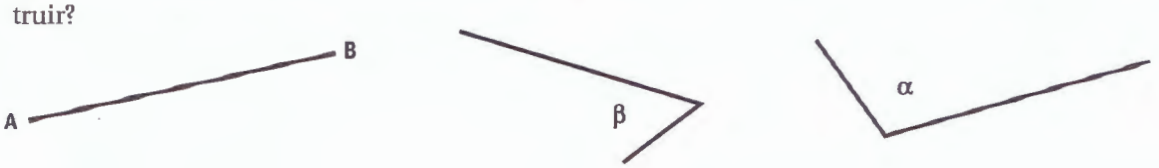
Propiedad triangular: En todo triángulo, la medida de cualquiera de sus lados es menor que la suma de las medidas de los otros dos.

©Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Criterios de congruencia de triángulos

10 ¿Es posible construir dos triángulos distintos que tengan dos lados respectivamente iguales al $\overline{AB}$ y al $\overline{CD}$, y el ángulo comprendido entre ellos igual al $\hat{\alpha}$? ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir?

11 ¿Es posible construir dos triángulos distintos que tengan un lado igual al AB y los dos ángulos adyacentes a él respectivamente iguales al $\hat{\alpha}$ y al $\hat{\beta}$? ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir?



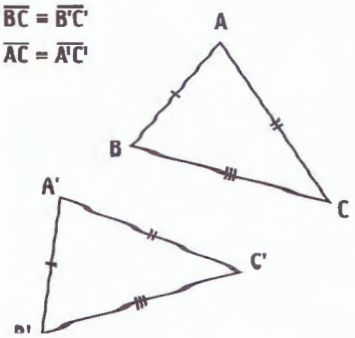
12 ¿Es posible construir dos triángulos distintos que tengan un ángulo de 50° y otro de 105°? ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir?

Para leer y recordar

Dos triángulos son *iguales* o *congruentes* cuando al superponerlos coinciden, es decir, cuando tienen todos sus lados y sus ángulos respectivamente iguales. Sin embargo, para asegurar que dos triángulos son iguales, no es necesario comprobar la igualdad entre todos sus lados y sus ángulos. Es suficiente comprobar que cumplan con alguno de los siguientes *criterios*:

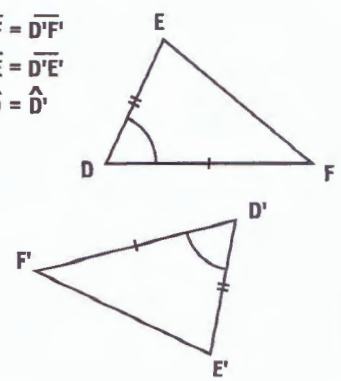
- **Los tres lados respectivamente iguales.**

$\overline{AB} = \overline{A'B'}$
$\overline{BC} = \overline{B'C'}$
$\overline{AC} = \overline{A'C'}$



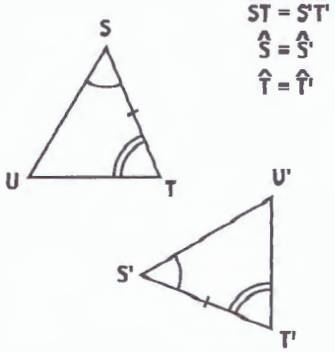
- **Dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales.**

$\overline{DF} = \overline{D'F'}$
$\overline{DE} = \overline{D'E'}$
$\hat{D} = \hat{D'}$



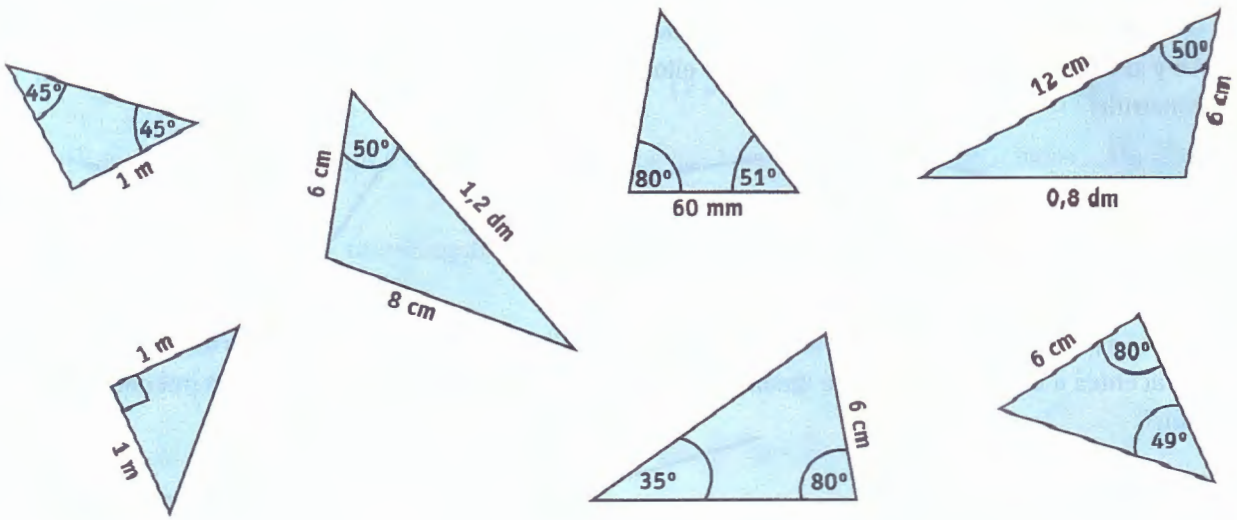
- **Un lado y los ángulos adyacentes a este respectivamente iguales.**

$\overline{ST} = \overline{S'T'}$
$\hat{S} = \hat{S'}$
$\hat{T} = \hat{T'}$



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

13 Unan con flechas los pares de triángulos iguales y anoten cuál es el criterio de congruencia que eligieron en cada caso.



14 Santiago y Macarena están comparando sus tareas de Matemática: debían construir un triángulo conociendo las medidas de sus ángulos interiores. Santiago observa que los triángulos no son iguales. ¿Es posible que las dos construcciones sean correctas? Expliquen por qué.

.....

.....

15 Construyan los triángulos ABC y MNP con los siguientes datos y, luego, compárenlos. Justifiquen su respuesta.

$\overline{AB} = 3{,}5$ cm; $\hat{B} = 65°$; $\hat{A} = 70°$; $\hat{M} = 70°$; $\overline{MP} = 4{,}5$ cm y $\hat{P} = 45°$.

16 En un triángulo rectángulo, la medida de uno de sus ángulos agudos es el doble de la medida del otro.

a) Escriban una ecuación que les permita hallar la medida de los ángulos agudos del triángulo rectángulo. (Sugerencia: una figura de análisis les facilitará la tarea).

.....

.....

.....

b) Calculen la medida de cada uno de los ángulos interiores del triángulo.

.....

.....

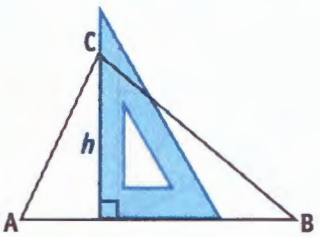
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Alturas de un triángulo

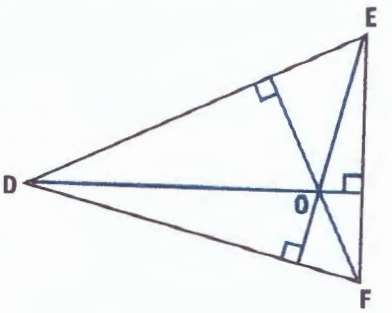
Para leer y recordar

La *altura* correspondiente a cada uno de los lados de un triángulo es un segmento perpendicular al lado trazado por el vértice opuesto.



$h_{\overline{AB}}$ se lee *altura correspondiente al lado* $\overline{AB}$.

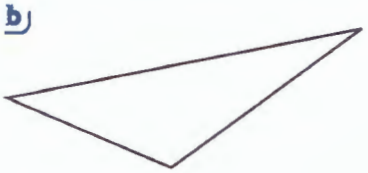
El punto de intersección de las tres alturas de un triángulo se llama *ortocentro*.



17 Tracen las tres alturas y señalen el ortocentro de cada uno de los siguientes triángulos:

a)

b)



c)

18 Consideren los segmentos AB, de 4 cm, y CD, de 5 cm.

a) Construyan un triángulo que tenga un lado igual al $\overline{AB}$ y la altura correspondiente a ese lado igual al $\overline{CD}$.

b) ¿Es posible construir otro triángulo distinto del anterior que cumpla las mismas condiciones? ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir?

19 Consideren los segmentos AB y CD de la actividad anterior y el segmento MN, de 6 cm.

a) Construyan un triángulo que tenga un lado igual al $\overline{AB}$, otro igual al $\overline{MN}$ y la altura igual al $\overline{CD}$.

b) ¿Es posible construir otro triángulo distinto del anterior que cumpla las mismas condiciones? ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir?

20 Consideren un segmento AB de 4 cm, un segmento CD de 5 cm y un ángulo α de 60°.

a) Construyan un triángulo que tenga un lado igual al $\overline{AB}$, el ángulo adyacente a ese lado igual al $\hat{\alpha}$ y la altura igual al $\overline{CD}$.

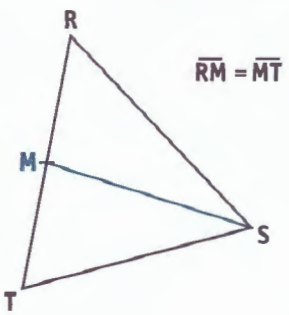
b) ¿Es posible construir otro triángulo distinto del anterior que cumpla las mismas condiciones? ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

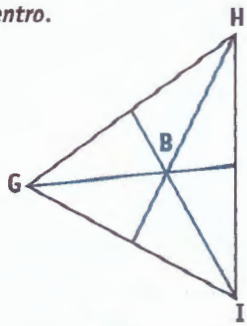
Medianas de un triángulo

Para leer y recordar

La *mediana* es el segmento que une el punto medio del lado y el vértice opuesto.



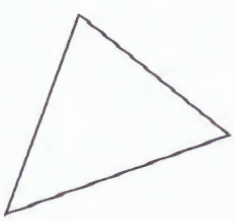
El punto donde se cortan las tres medianas se llama *baricentro*.



Si recortan un triángulo de papel y lo pliegan, superponiendo cada par de vértices, para marcar el punto medio de cada lado, y luego hacen un doblez que incluya a ese punto y al vértice opuesto, como muestra la figura, quedarán marcadas las tres medianas y, por lo tanto, el baricentro.

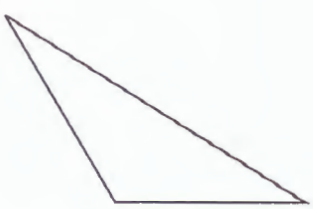
21 En cada uno de los siguientes triángulos tracen las tres medianas (marquen primero el punto medio de cada lado) y luego señalen el baricentro.

a)



b)

c)



22 Construyan un triángulo acutángulo de cartón y tracen sus medianas. Hagan un agujerito en el baricentro, pasen por él un "hilo de albañil" y aten los dos extremos del hilo. Sostengan al hilo por el nudo, dejando colgado el triángulo.

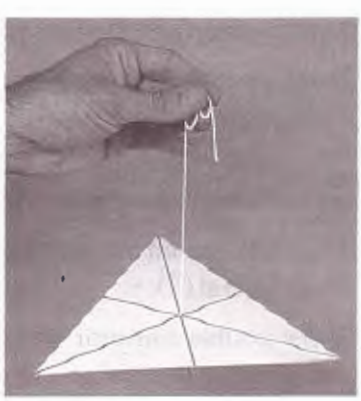
a) ¿Se mantiene en "equilibrio"? .....

b) Observen y anoten qué sucede si cuelgan el triángulo pasando el hilo por otro agujerito hecho en un punto que no sea el baricentro.

.....

.....

.....

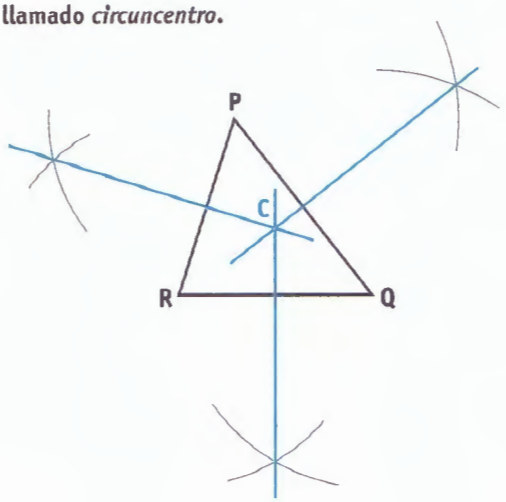


© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

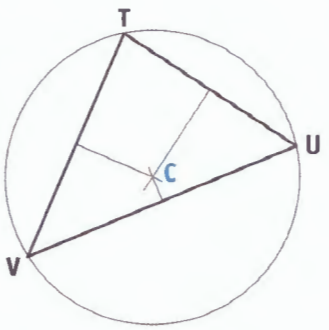
Mediatrices de un triángulo

Para observar

Si trazamos las *mediatrices* de cada uno de los lados de un triángulo, estas se cortan en un punto llamado *circuncentro*.



Con centro en el circuncentro, podemos trazar una circunferencia que contenga a los tres vértices del triángulo.



Decimos que es la circunferencia *circunscripta* o que el triángulo está *inscripto* en ella.

23 ¿Cómo son las distancias entre el centro de la circunferencia circunscripta y cada uno de los vértices del triángulo?

.....

24 Realicen la construcción indicada y respondan.

a) Construyan un triángulo de lados $\overline{AB} = 4$ cm; $\overline{BC} = 6$ cm y el ángulo comprendido $\hat{B} = 110°$.

b) Clasifiquen el triángulo según sus lados y sus ángulos.

.....

c) Encuentren el circuncentro.

d) Grafiquen la circunferencia circunscripta al triángulo. Midan con una regla en la figura y anoten la medida aproximada de su radio *r* en milímetros.

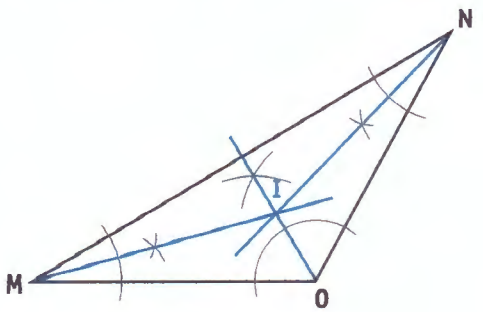
r = ...

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

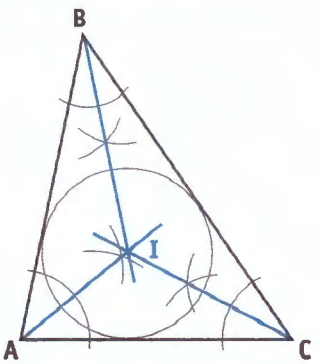
Bisectrices de un triángulo

Para leer y recordar

Si trazamos las *bisectrices* de cada uno de los ángulos de un triángulo, estas se cortan en un punto llamado *incentro*.



Con centro en el incentro, podemos trazar una circunferencia *inscripta* en el triángulo.



25 ¿Cómo son las distancias entre el centro de la circunferencia inscripta y cada uno de los lados del triángulo?

.....

26 ¿Cuál es la posición relativa de cada uno de los lados del triángulo respecto de la circunferencia inscripta?

.....

27 Realicen la construcción indicada y respondan.

a) Construyan un triángulo con estas medidas:

$\overline{AB} = 5$ cm

$\hat{A} = 30°$

$\hat{B} = 60°$

b) Clasifiquen el triángulo según sus lados y sus ángulos.

.....

c) Tracen las tres bisectrices y señalen el incentro.

d) Tracen la circunferencia inscripta. Midan con una regla en la figura y anoten la medida aproximada de su radio r en milímetros.

r = ...

28 En cualquier triángulo, el ortocentro, el baricentro y el circuncentro están alineados en una recta llamada *recta de Euler*.

Construyan un triángulo cuyos lados midan 7 cm, 8 cm y 9 cm, y tracen en él la recta de Euler.

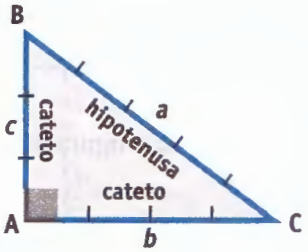
© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

Teorema de Pitágoras

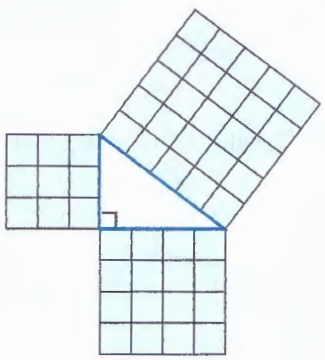
Para observar

Veamos gráficamente una propiedad de los triángulos rectángulos que Pitágoras descubrió en el año 500 a. C.

En el triángulo *rectángulo* de la figura, la *hipotenusa a* mide 5 unidades y los *catetos b* y *c* miden 4 y 3 unidades, respectivamente.



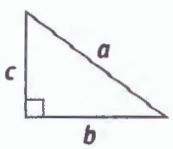
Si construimos un cuadrado sobre cada uno de los lados del triángulo, y tomamos como unidad el cuadradito, observamos que $a^2 = 25$, $b^2 = 16$ y $c^2 = 9$.



La suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

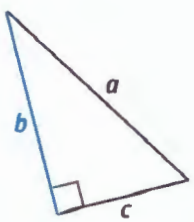
$$a^2 = b^2 + c^2$$



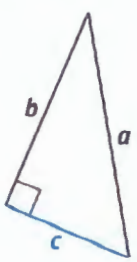
29 Los siguientes triángulos son rectángulos. Escriban, en cada caso, una expresión que permita calcular el lado de color.

a)

b)



c)



a = ... b = ... c = ...

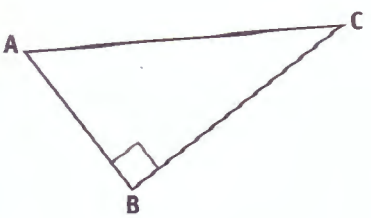
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

30 Completen la siguiente tabla, teniendo en cuenta que, en cada línea, a, b y c son las medidas en cm de los lados de un triángulo.

b	c	a	$b^2 + c^2 = a^2$ Comprobación	¿Es triángulo rectángulo?
8	15	17		
5		13		sí
8	14	22		
30	12,5	32,5		
17	8	18		

31 Completen la tabla teniendo en cuenta la figura de análisis. Redondeen los valores a los centésimos, cuando sea necesario.

$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{AC}$	Perímetro	Área
7 cm	9 cm			
4 cm		6 cm		
	5 cm	12 cm		

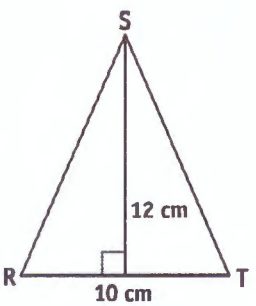


32 Calculen el perímetro del triángulo isósceles RST, sabiendo que $\overline{RS} = \overline{ST}$.

.....

.....

.....



33 La base de un triángulo rectángulo es de 12 cm y la altura mide las tres cuartas partes de la base. Hallen la medida de la hipotenusa.

34 Una paloma está posada en el extremo de una antena de 2,5 m de altura; otra paloma está en un bebedero ubicado a 9 metros de la base de la antena.
¿A qué distancia se encuentran las palomas entre sí?
(Sugerencia: vuelquen los datos en una figura de análisis).

35 La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 10 cm.

a) ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo?

b) ¿Cuánto mide la altura correspondiente a la hipotenusa?

36 Calculen el área de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 48 cm.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cuadriláteros

Para leer y recordar

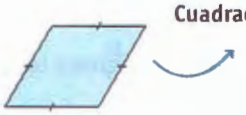
Clasificación de los cuadriláteros

Paralelogramos (lados opuestos paralelos)

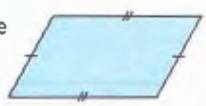
Rectángulo: tiene los cuatro ángulos rectos.

Cuadrado

Rombo: tiene los cuatro lados iguales.



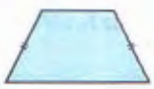
Paralelogramo: tiene dos pares de lados opuestos paralelos.



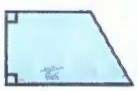
No paralelogramos

Trapecio: sólo dos lados paralelos.

Trapecio escaleno

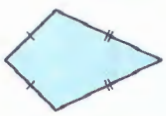


Trapecio isósceles: tiene un par de lados opuestos iguales.



Trapecio rectángulo: tiene dos ángulos rectos.

Romboide



Otros cuadriláteros

37 Clasifiquen los siguientes cuadriláteros cuando los datos que se dan sean suficientes, y cuando no lo sean, expliquen por qué.

a) ABCD $\begin{cases} \overline{AB} // \overline{CD} \\ \hat{A} = \hat{D} \end{cases}$ .....

b) MNPQ $\begin{cases} \overline{MN} // \overline{PQ} \\ \overline{MQ} // \overline{NP}, \hat{M} = 90^\circ \\ \overline{MN} = \overline{NP} \end{cases}$ .....

c) EFGH $\begin{cases} \hat{E} = \hat{G} \\ \overline{EG} \perp \overline{FH} \end{cases}$ .....

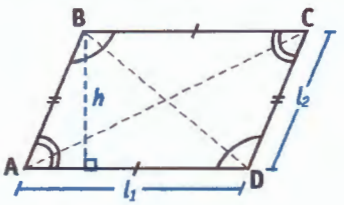
d) IJKL $\begin{cases} \overline{IJ} = \overline{JK} \\ \hat{J} = \hat{L} \\ \overline{IK} \perp \overline{JL} \end{cases}$ .....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Para leer y recordar

Paralelogramo

Los ángulos opuestos del paralelogramo son iguales y las diagonales se cortan en su punto medio.

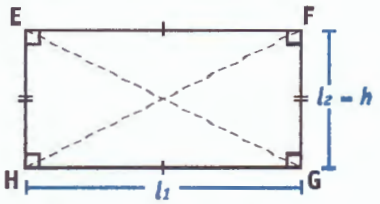


Perímetro: $2 \cdot l_1 + 2 \cdot l_2$

Área: $l_1 \cdot h$

Rectángulo

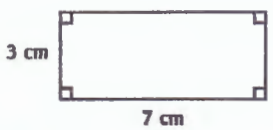
Las diagonales del rectángulo son iguales y se cortan en su punto medio.

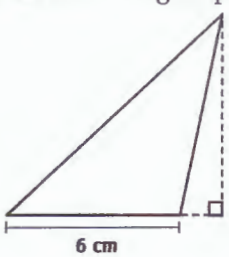


Perímetro: $2 \cdot l_1 + 2 \cdot l_2$

Área: $l_1 \cdot h$

38 ¿Cuánto debe medir la altura del triángulo para que las dos figuras tengan la misma área?





.....

.....

.....

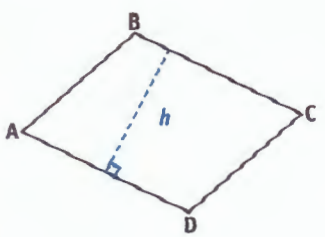
39 Uno de los lados de un rectángulo mide 12 cm y la medida del otro es las dos terceras partes.

a) Calculen el área del rectángulo.

b) Calculen el perímetro del rectángulo.

40 Completen la tabla con las medidas que faltan en cada caso, teniendo como referencia el paralelogramo de la figura.

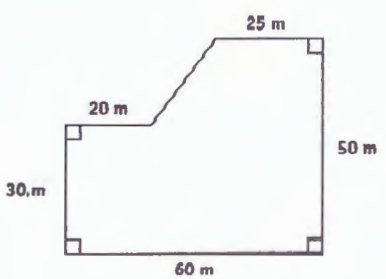
AB	BC	h	Perímetro	Área
4 cm	7,8 cm	3,5 cm		
	14 cm	6 cm	40,8 cm	
5,4 cm	11,2 cm			56 cm²



41 Diego compró un terreno como el de la figura, en una zona del Gran Buenos Aires en la que el m² de tierra cuesta $150. En principio, quiere construir una pared de 2,5 m de altura que rodee el terreno (excepto el frente), y pagará $24 el m² (incluido el material).

a) Si por escriturar la propiedad pagó $5000, ¿cuánto invirtió en la operación?

b) ¿De cuánto dinero debe disponer para hacer la pared?



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

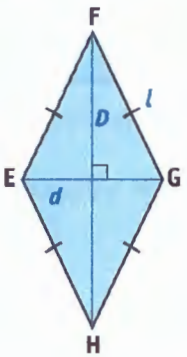
Para leer y recordar

Rombo

Las diagonales del *rombo* son perpendiculares y se cortan en su punto medio.

Perímetro = $4 \cdot l$

Área = $\frac{D \cdot d}{2}$

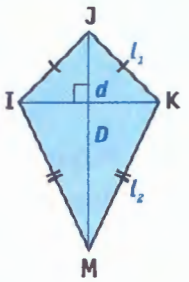


Romboide

Las diagonales del *romboide* son perpendiculares.

Perímetro = $2 \cdot l_1 + 2 \cdot l_2$

Área = $\frac{D \cdot d}{2}$

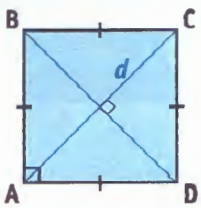


Cuadrado

Las diagonales del *cuadrado* son iguales y se cortan perpendicularmente en su punto medio.

Perímetro = $4 \cdot l$

Área = l^2

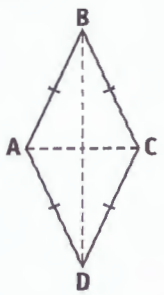


42 ¿Cuál es la medida aproximada del lado de un cuadrado si una de sus diagonales mide 81 mm?

.....

43 Completen la tabla con las medidas que faltan, teniendo como referencia la figura.

$\overline{AD}$	$\overline{BD}$	$\overline{AC}$	Perímetro	Área
	3 cm	2 cm		
	5 cm	$\frac{3}{4}$ de $\overline{bd}$		
4 cm		4 cm		

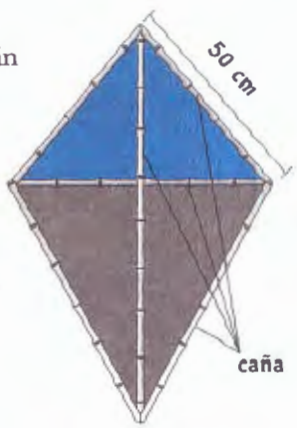


44 Para armar un barrilete con forma de romboide (como el de la figura), Adrián necesita "papel barrilete" de diferentes colores, caña, goma de pegar y paciencia. Sabe que una de las diagonales es $\frac{2}{3}$ de la otra, que mide 90 cm.

a) ¿Qué cantidad de papel de cada color necesita?

b) ¿Cuántos metros de caña tiene que comprar?

c) Si quisiera bordearlo con una cinta de flecos, ¿cuántos metros de cinta tendría que comprar como mínimo?



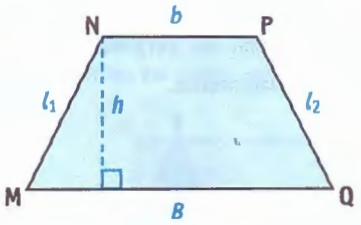
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Para leer y recordar

Trapecio

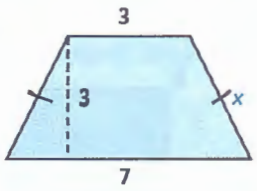
Perímetro = $B + b + l_1 + l_2$

Área = $\frac{(B + b) \cdot h}{2}$

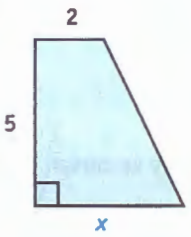


45 Calculen la medida de x en cada caso, teniendo en cuenta que todos los trapecios tienen igual área. Las medidas están dadas en cm.

a)

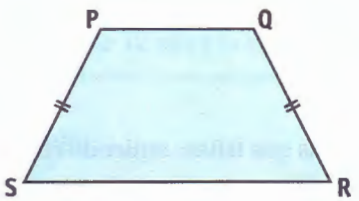


b)



c)

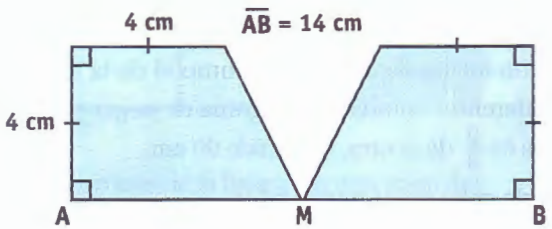
46 El trapecio PQRS es isósceles. Analicen y escriban: ¿cómo se relacionan los ángulos $\hat{P}$ y $\hat{S}$; $\hat{Q}$ y $\hat{R}$; $\hat{P}$ y $\hat{Q}$; $\hat{R}$ y $\hat{S}$?



.....

.....

47 Calculen el área y el perímetro de la figura, teniendo en cuenta que M es punto medio de $\overline{AB}$.



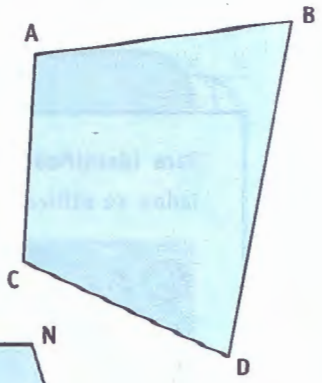
.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

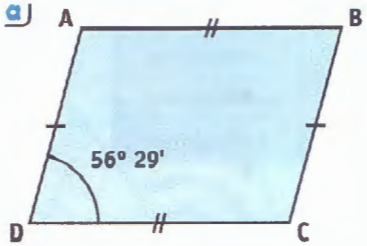
Ángulos interiores de un cuadrilátero

48 Dividan en dos triángulos al cuadrilátero ABCD de la figura trazando una de sus diagonales.
Indiquen cuánto vale la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero. Justifiquen su respuesta.

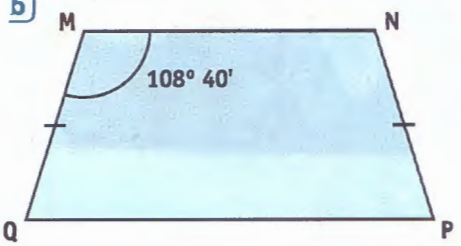


49 Averigüen la medida de los ángulos que faltan en cada cuadrilátero.

a)



b)



MNQP trapecio

50 Clasifiquen los siguientes cuadriláteros cuando los datos que se dan sean suficientes, y cuando no lo sean, expliquen por qué.

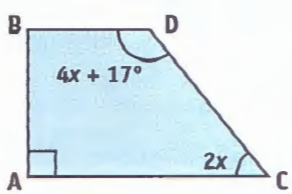
a) ABCD tiene:
$\overline{AB} // \overline{CD}$; $\hat{A} = 102°$ y $\hat{D} = 78°$. .....

b) MNPQ tiene:
$\overline{MN} // \overline{PQ}$; $\hat{M} = \hat{Q} = 90°$. .....

c) EFGH tiene:
$\overline{FG} = \overline{EH}$; $\hat{E} = 115°$ y $\hat{H} = 65°$. .....

51 Calculen la medida de los ángulos interiores de cada una de las siguientes figuras:

a)

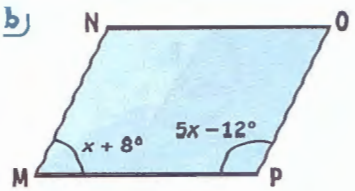


.....
.....
.....

c)

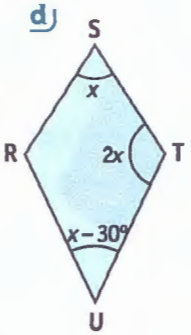
.....
.....
.....

b)



.....
.....
.....

d)



.....
.....
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Polígonos

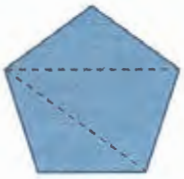
Para leer y recordar

Para identificar los polígonos de más de cuatro lados, se utilizan prefijos griegos.

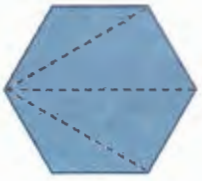
Número de lados	Nombre
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
12	dodecágono

52 Así como el cuadrilátero se descompone en dos triángulos, también los otros polígonos pueden ser "triangulados" trazando las diagonales desde un vértice.

a) Utilicen este método para hallar el valor de la suma de los ángulos interiores de un pentágono y de un hexágono.



Suma de ángulos interiores de un pentágono: .....



Suma de ángulos interiores de un hexágono: .....

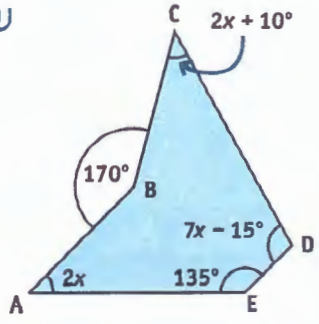
b) Encuentren una fórmula que permita calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono de *n* lados y completen la frase.

La suma de los ángulos interiores de un polígono de n *lados se puede calcular con la siguiente fórmula:*

.....

53 Calculen el valor de los ángulos interiores faltantes de cada figura.

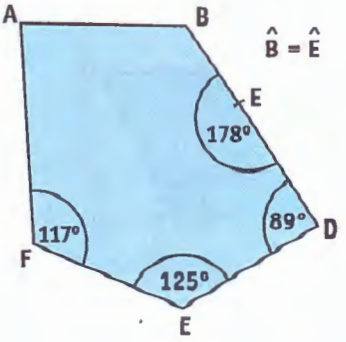
a)



.....

.....

b)



.....

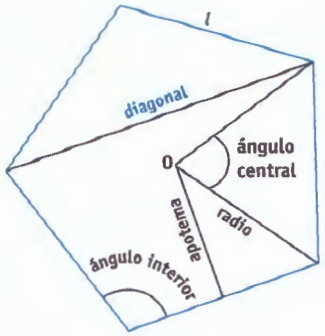
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Medidas en los polígonos regulares

Para leer y recordar

Llamamos *polígonos regulares* a los que tienen *todos* sus lados y sus ángulos interiores iguales.



Perímetro del polígono regular de n lados = $n \cdot l$

Área del polígono regular = $\frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

Ángulo central del polígono regular de n lados = $\frac{360°}{n}$

54 ¿Cuál es el nombre del polígono regular cuyo ángulo central mide 30°?

.....

55 Calculen el área de un eneágono regular de 4 cm de lado y 57 mm de apotema.

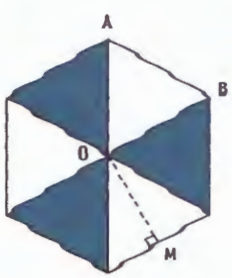
.....

56 Completen la tabla.

Polígono regular	Heptágono	Eneágono	Pentágono	Octógono	Hexágono	Undecágono
Suma ángulos interiores						
Ángulo interior						
Ángulo central						

57 Hallen, en cm², el área sombreada en cada polígono regular.

a)



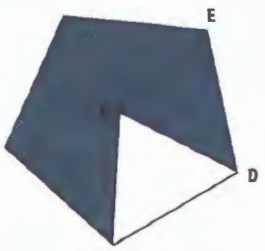
$\overline{OM}$ = 22 mm
$\overline{AB}$ = 0,25 dm

.....

.....

.....

b)



$\overline{OD}$ = 4 cm
$\overline{DE}$ = 4,6 cm

.....

.....

.....

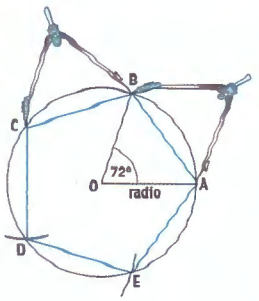
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Construcción de polígonos regulares

Para observar

Para construir un pentágono regular lo pensamos inscripto en una circunferencia.

El ángulo central será de $\frac{360°}{5} = 72°$



En primer lugar dibujamos la circunferencia, marcamos el radio y construimos un ángulo de 72° sobre él.
Tomamos con el compás la medida de $\overline{AB}$ (lado del polígono) y la trasladamos en la circunferencia.
Por último, trazamos los lados del polígono.

58 Construyan un heptágono regular de 6 cm de radio.

59 Respondan a las preguntas y realicen la construcción.

a) Para construir un hexágono regular de 2 cm de lado, ¿es suficiente dato la medida del lado o necesitan otro más? ¿Por qué?

b) Construyan el hexágono regular.

c) Tracen los radios en todos los vértices y clasifiquen los triángulos que quedaron determinados.

d) Calculen el área del hexágono.

60 Diego y Andrea discuten sobre las características de los polígonos regulares. ¿Quién tiene razón? Expliquen por qué.

.....

.....

.....

.....

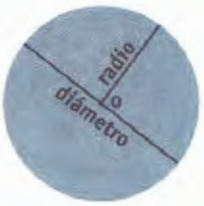
Si se duplica el radio de la circunferencia en la que está inscripto un pentágono, también se duplica su ángulo central.
No, no es cierto.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reprodu

Medidas en las figuras circulares

Para leer y recordar

$d = 2 \cdot r$



Longitud de la circunferencia = $\pi \cdot d$

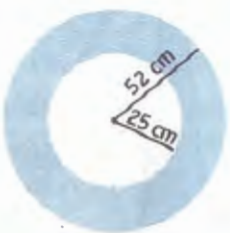
Área del círculo = $\pi \cdot r^2$

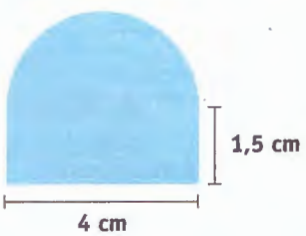
Como el número π tiene infinitas cifras decimales no periódicas, trabajaremos con un valor aproximado; tomaremos $\pi = 3{,}14$.

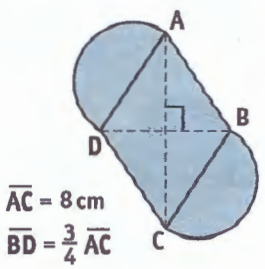
61 Completen los valores que faltan en la tabla.

Radio	Diámetro	Long. de la circunferencia	Área del círculo
32 cm			
	10 cm		
		34,54 cm	
			314 cm²

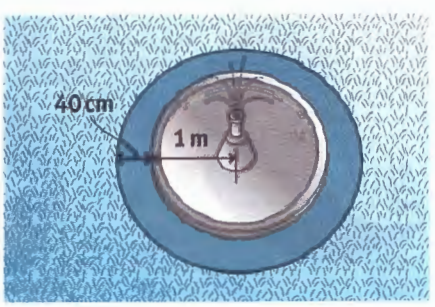
62 Hallen el perímetro y el área de cada figura.







63 Los vecinos quieren armar un cantero circular de 40 cm de ancho alrededor de la fuente de la plaza del barrio y colocar flores. Averiguaron que por cada metro cuadrado tienen que colocar 20 plantines. En el vivero Siempreverde, cada cajón de plantines cuesta $20 y tiene 25 unidades. ¿Cuánto dinero gastarán en la compra?



.....

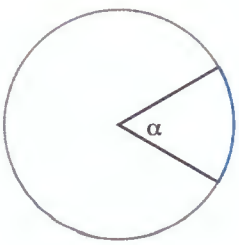
.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

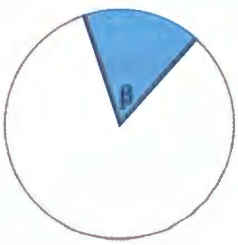
Para leer y recordar

Arco de circunferencia



$$\text{Longitud} = \frac{\hat{\alpha} \cdot \pi \cdot d}{360°}$$

Sector circular

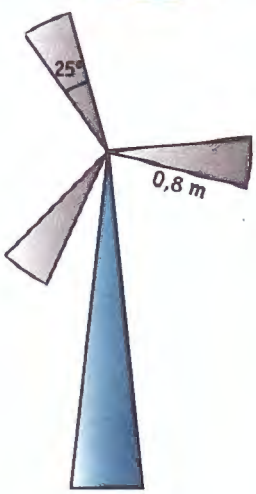


$$\text{Área} = \frac{\hat{\beta} \cdot \pi \cdot r^2}{360°}$$

64 Completen la tabla con los datos que faltan tomando como referencia la figura.

Radio	Hexágono	Long. del arco	Área del sector
9 cm	40°		
	120°	12 cm	
4 cm			10 cm²

65 Calculen el área de las aspas de un molino de viento como el de la figura.



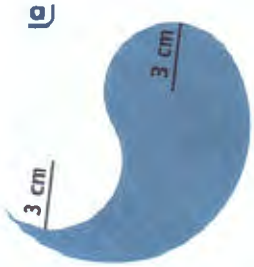
.....

.....

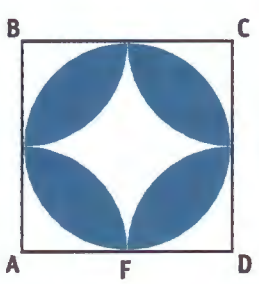
.....

66 Calculen el perímetro y el área de las figuras sombreadas.

a)



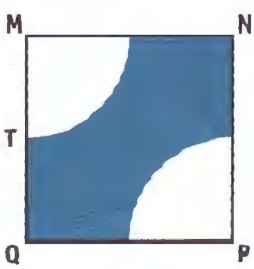
b)



ABCD es un cuadrado de 16 cm de perímetro.
F es el punto medio de $\overline{AD}$.

c)

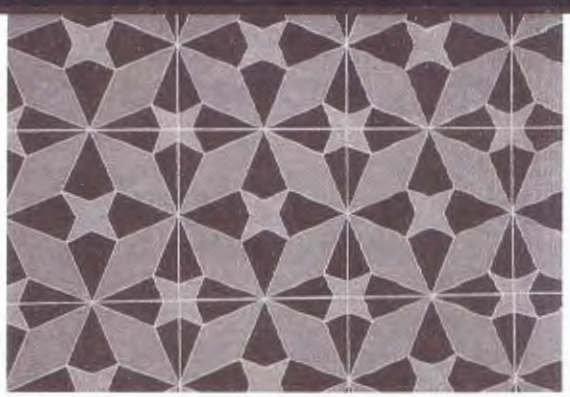
d)



T es el punto medio de $\overline{MQ}$.
MQ = 10 cm.
MNPQ es un cuadrado.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

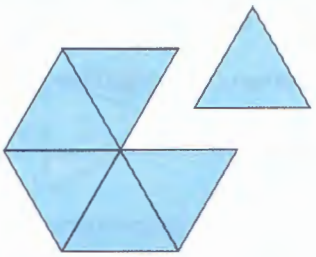
Mosaicos



Los mosaicos son recubrimientos del plano con piezas llamadas *teselas*. Para armar un mosaico con figuras geométricas, debemos tener en cuenta que no queden huecos, que dos de ellas no se superpongan y que a los vértices sólo concurran vértices.

Cuando se arman mosaicos con polígonos regulares, estos se denominan *mosaicos regulares*.

Por ejemplo, se puede teselar el plano utilizando como tesela un triángulo equilátero, que tiene todos sus ángulos interiores de 60°.

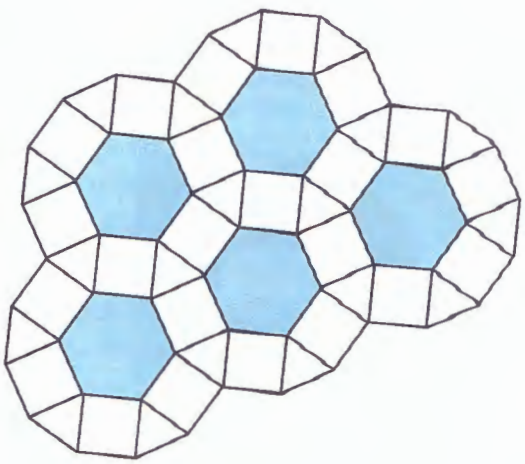


67 Indiquen con cuáles de los siguientes polígonos es posible realizar un mosaico y expliquen por qué. Construyan un mosaico con esas figuras:

a) cuadrado b) pentágono c) hexágono

68 Encuentren polígonos no regulares que permitan teselar un plano y expliquen cómo construirían el teselado.

69 El siguiente es un mosaico uniforme: en todos los vértices concurren los mismos polígonos regulares y, además, en el mismo orden.



a) Indiquen qué figuras lo componen.

b) Calculen el área del mosaico teniendo en cuenta que la medida del lado de la figura azul es 6 cm.

.....

.....

.....

c) Calculen el perímetro del mosaico.

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Arte y geometría

Varios artistas han aplicado la geometría en sus obras de manera muy particular. Algunos, basados en las leyes de la perspectiva, imaginaron construcciones complejas. Pese a las apariencias, es imposible llevarlas a cabo en el espacio de tres dimensiones.
El triángulo imposible de Penrose, o triángulo *tribar*, a primera vista parece equilátero, pero si lo observamos bien, cada uno de sus ángulos "interiores" es recto.

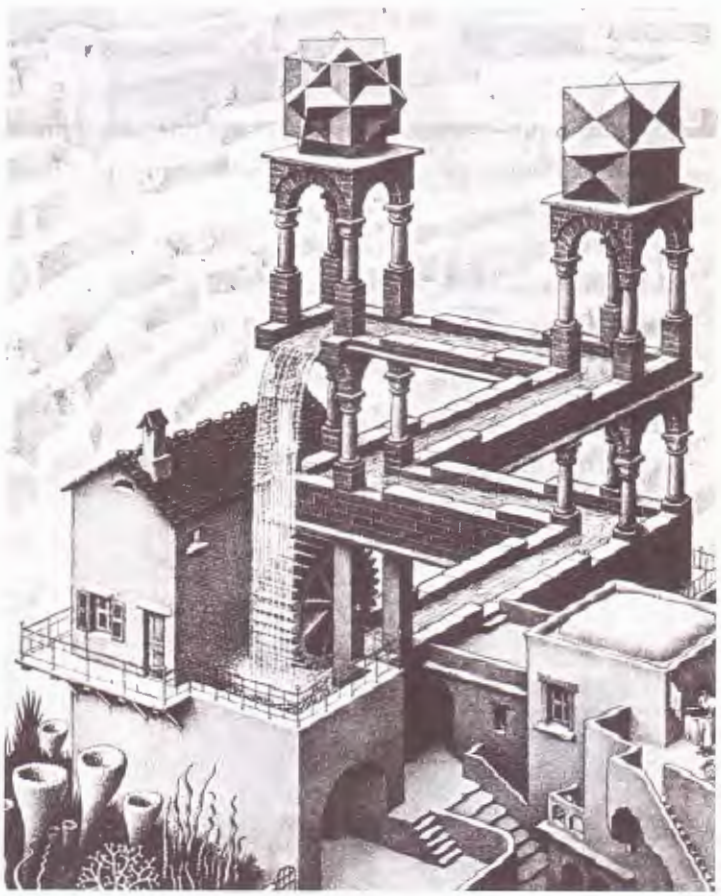
70 Observen la figura. ¿Por qué no es posible construir realmente el tribar?

.....

.....

.....

El artista gráfico holandés Maurits Cornelis Escher (1898-1972) combinó arte y geometría en muchas de sus obras. Escher conocía el triángulo de Penrose y lo utilizó en su litografía *Cascada* (1961), que se muestra en la figura. La estructura del dibujo *Cascada* está armada con tres triángulos imposibles unidos entre sí de manera particular.



71 Descubran y señalen sobre la figura los tres triángulos de Penrose.

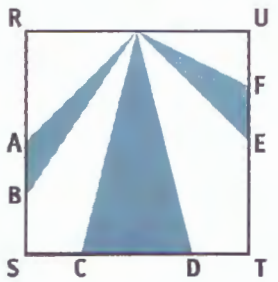
© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.

MÁS ACTIVIDADES

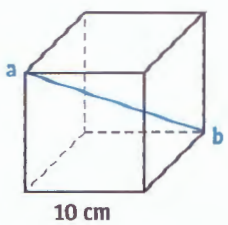
72 Si en un trapecio rectángulo se duplica la altura, ¿también se duplica su perímetro? Expliquen su respuesta.

73 Calculen el perímetro de un rectángulo de 288 cm^2 de área, sabiendo que la medida de uno de sus lados es el doble de la medida del otro.

74 El perímetro del cuadrado RSTU es 16 cm; A es punto medio de $\overline{RS}$; B es punto medio de $\overline{AS}$; $\overline{AB} = \overline{EF}$; $\overline{CD} = 2\overline{AB}$. Calculen el área sombreada.



75 Calculen la diagonal *ab* del cubo de la figura.



76 Realicen la construcción y respondan.

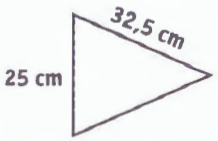
a) Construyan un triángulo conociendo dos de sus ángulos: $\hat{D} = 60°$; $\hat{E} = 50°$, y el lado adyacente a ambos $\overline{DE} = 5$ cm.

b) Clasifiquen el triángulo según sus lados y sus ángulos.

c) Hallen el incentro.

d) Grafiquen la circunferencia inscripta en el triángulo.

77 A fin de adornar el patio de la escuela para la fiesta de fin de año, los alumnos de 8° están preparando banderines de tela como los de la figura y les coserán en el borde cintas de diferentes colores: a 50, cinta verde; a 25, cinta roja, y a 30, cinta blanca. Averiguaron que por cada banderín se desperdician al cortarlo 5 cm^2 de tela.



a) La tela que van a comprar tiene un ancho de 90 cm y cuesta $3,50 el metro. ¿Cuánto gastan en la tela?

b) Cada rollo de cinta trae 10 m. ¿Cuántos rollos de cada color tienen que comprar?

78 La medida de cada uno de los lados de un rombo es de 5 cm y una de sus diagonales mide 2 cm. Calculen:

a) La medida de la otra diagonal.

b) El área del rombo.

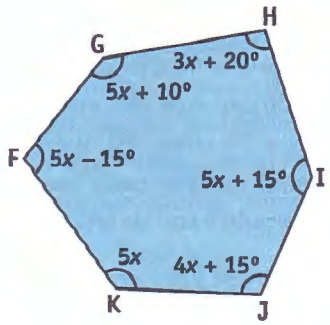
c) La medida del lado de un cuadrado cuyo perímetro es las tres cuartas partes del perímetro del rombo.

d) El área del cuadrado.

79 Calculen el área de la figura sombreada. Expliquen el procedimiento.

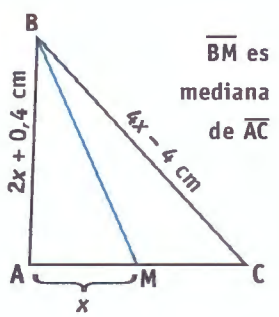
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

80 Calculen los ángulos interiores del polígono.



81 El perímetro de un trapecio rectángulo es de 54 cm, la medida del lado oblicuo a las bases es 12 cm, la medida de la base menor es igual a la medida de la altura y la base mayor mide el doble de la base menor.
Calculen el área del trapecio.

82 Calculen la medida de cada uno de los lados del triángulo, teniendo en cuenta los datos de la figura y sabiendo que el perímetro es 20,4 cm.

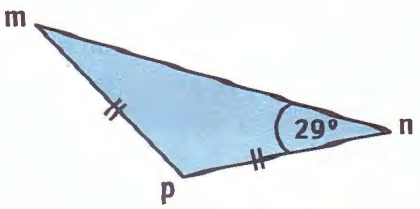


83 Completen la tabla con los datos faltantes, teniendo en cuenta que cada línea corresponde a un mismo triángulo.

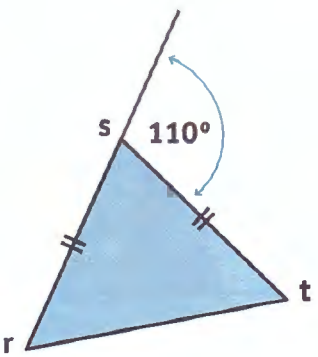
Base	Altura	Área
10 cm	14 cm	
4,5 cm		19,8 cm^2
	3 cm	18 cm^2

84 Calculen la medida de los ángulos interiores de cada uno de los triángulos, sabiendo que son isósceles.

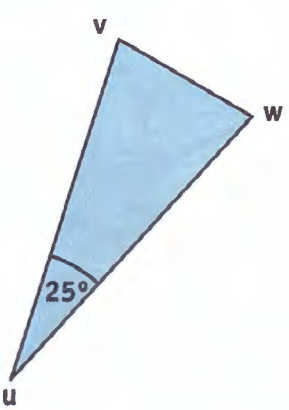
a)



b)



c)



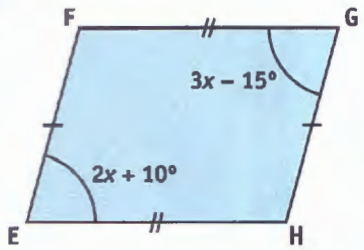
85 El lado de un eneágono regular mide 0,4 dm y el radio de la circunferencia en la que está inscripto es de 59 mm. Calculen el perímetro y el área del polígono.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

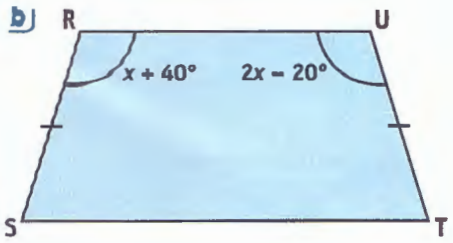
86 El triángulo ABC es isósceles y $\overline{AB} = \overline{BC}$. Tracen la altura del lado $\overline{AC}$, la mediana del lado $\overline{AC}$ y la bisectriz del ángulo B.
Describan qué particularidad observan.

87 Hallen el valor de $\hat{x}$, en cada caso, y de los ángulos interiores de cada cuadrilátero.

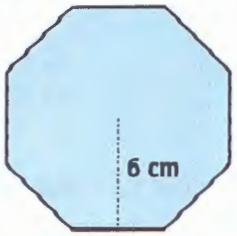
a)



b)



88 Calculen la medida del lado de un octógono regular de 120 cm^2 de área, sabiendo que la distancia del centro del polígono a uno de sus lados es de 6 cm.



89 Cuatro localidades están ubicadas como se ve en el croquis. Marcos, el cartero, sale diariamente de su casa (en Villablanca) con la bicicleta, pasa por el correo de su localidad, luego por el de Villazul, después por el de Villaverde, por último por el de Villarrosa, y finalmente vuelve a su casa.

a) ¿Cuántos kilómetros diarios recorre Marcos en bicicleta?

b) Averigüen si hay otro orden posible en el recorrido para que Marcos pedalee menos y, de ser así, márquenlo en la figura.

90 Paula está preparando ositos para regalarles a sus alumnos del Jardín. Para las caras usa cartulina de distintos colores: la cabeza será un círculo rojo de 14 cm de diámetro, las orejitas serán semicírculos amarillos de 2,5 cm de radio y los ojos, círculos rosas de 2 cm de diámetro. Cada cartulina es un rectángulo de 0,80 m por 0,60 m.

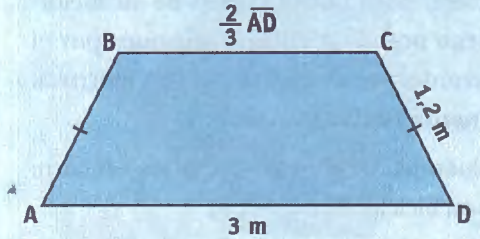
a) Calculen cuántas cartulinas de cada color tiene que comprar para hacer 25 ositos.

b) Una vez terminados los ositos, ¿qué porcentaje de la cartulina le sobra?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

AUTOEVALUACIÓN

1 Calculen el perímetro y el área del trapecio de la figura.

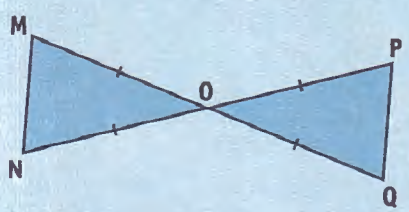


2 La figura está formada por dos triángulos isósceles.

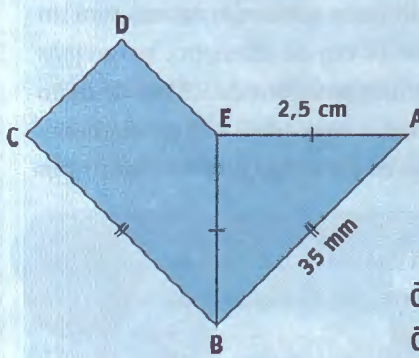
a) Calculen la medida de $\overline{MQ}$ sabiendo que el lado $\overline{MN}$ = 6 cm y el perímetro de toda la figura es 48 cm.

b) Hallen la medida de la altura correspondiente al lado $\overline{MN}$.

c) Calculen el área de la figura.



3 Calculen el área del polígono ABCDE teniendo en cuenta los datos de la figura.



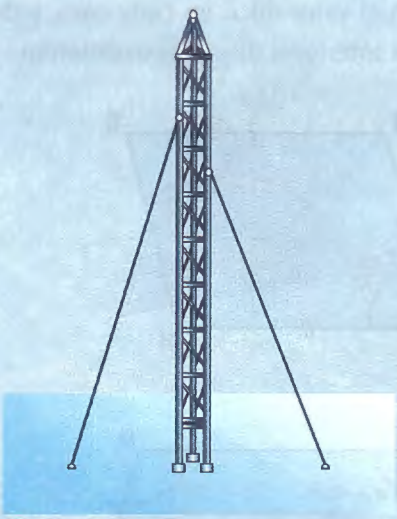
$\overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

$\overline{CD} = \overline{DE}$

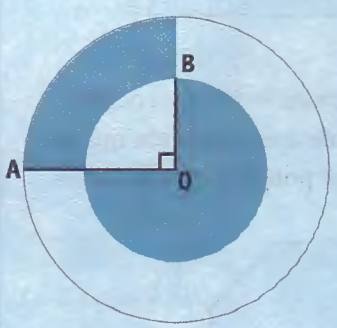
4 Una antena de transmisión de 45 m de altura se asegura con dos tensores de cable de acero. Uno de ellos está unido a la antena en un punto que se encuentra a 30 metros de la base y se fija en el suelo a 12 m del pie de la antena. El otro mide 40 m de largo y está soldado a la antena 5 metros más arriba que el anterior.

a) ¿Cuál es la longitud del primer tensor?

b) ¿A qué distancia del pie de la antena debe fijarse el segundo cable?



5 Calculen el área sombreada en la figura.



$\overline{AO}$ = 12 cm

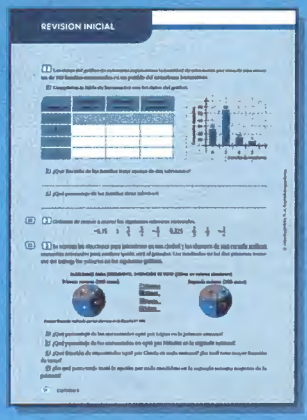
$\overline{OB}$ = 9 cm

6 ¿Cuántos lados tiene un polígono regular si uno de sus ángulos interiores mide 120°?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

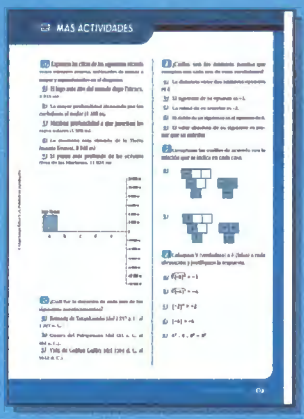
Cómo son estos cuadernillos

Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.

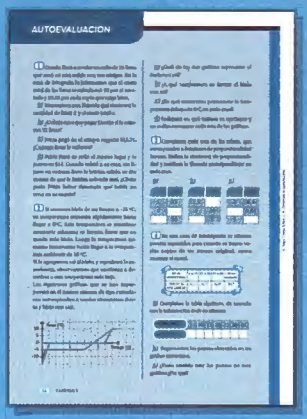


Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.

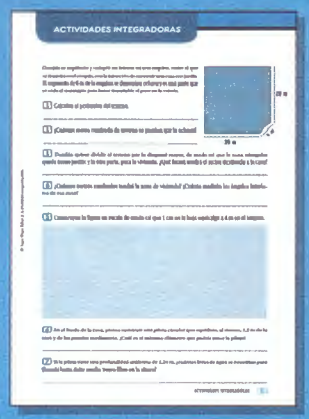
En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.



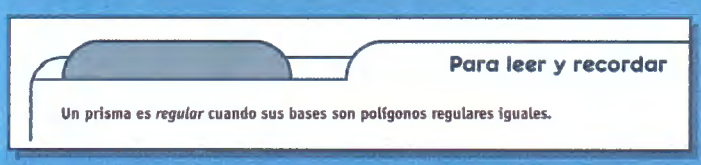
Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.



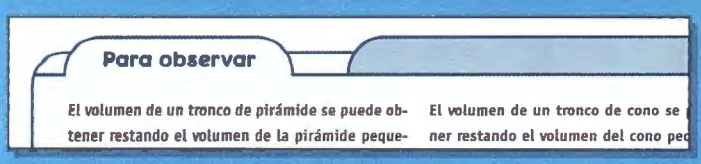
Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 3, 5 y 8, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.



Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).


Para observar
El volumen de un tronco de pirámide se puede ob-
tener restando el volumen de la pirámide peque-
El volumen de un tronco de cono se
ner restando el volumen del cono pe

Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE